

Caractérisation et modélisation de l'anisotropie espace-temps pour les champs spatio-temporels. Applications aux variables du climat

Encadrants (listés par ordre alphabétique)

Denis Allard, DR, *BioSP, Centre PACA INRA*

Céline Lacaux, PR, *Laboratoire de Mathématiques d'Avignon, Université d'Avignon*

Résumé : sous hypothèse gaussienne, un champ spatio-temporel est complètement caractérisé par sa fonction de covariance. Les modèles de covariance proposés dans la littérature sont peu nombreux et consistent bien souvent en l'assemblage par somme et produit de modèles purement spatiaux et temporels. La classe de fonctions de covariance proposée dans Gneiting, (2002) relie de façon plus complexe une covariance spatiale et une covariance temporelle à l'aide d'un paramètre de non-séparabilité. Le présent projet de thèse se propose d'étudier la notion d'anisotropie, restée peu étudiée malgré les différences ontologiques entre espace et temps. Nous étudierons en détail comment se définit et se caractérise la notion d'anisotropie entre espace et temps, et son lien avec la notion de séparabilité. Nous proposerons des méthodes d'estimation pour l'anisotropie et des procédures de test pour rejeter l'hypothèse d'isotropie. L'ensemble de ces développements seront motivés, illustrés et validés sur des données climatiques de type SAFRAN.

Ce projet de thèse est une collaboration entre BioSP (Avignon, Centre PACA) et le Laboratoire de Mathématiques de l'Université d'Avignon.

Projet détaillé

Contexte et enjeux

Pour l'étude et la modélisation de données collectées en espace et en temps, une modélisation purement déterministe à l'aide d'équations différentielles partielles (EDP) peut parfois suffire pour décrire le phénomène étudié de manière satisfaisante. Mais, dans un grand nombre de situations, du fait de la multiplicité des processus mis en jeu, de leur complexité et des incertitudes liées à l'acquisition de données, ces modèles sont insuffisants pour rendre compte de manière satisfaisante de la variabilité observée. La connaissance des incertitudes associées à l'utilisation des modèles étant cruciale dans de nombreux domaines, on a alors recours à des modèles stochastiques et des méthodes statistiques associées pour l'inférence des paramètres de ces modèles, la prédiction dans l'espace et/ou dans le temps et les tests d'hypothèses.

Sous hypothèse gaussienne, un champ spatio-temporel est complètement caractérisé par sa fonction de covariance. Celles-ci sont construites en se focalisant sur les interactions spatio-temporelles, c'est-à-dire sur la tendance fréquente qu'ont deux données proches dans l'espace et dans le temps à être plus similaires que des données plus éloignées. Les modèles de covariance proposés dans la littérature sont finalement peu nombreux et consistent bien souvent en l'assemblage par somme et produit de modèles purement spatiaux et temporels. La classe de fonctions de covariance proposée dans Gneiting, (2002) relie de façon plus complexe une covariance spatiale et une covariance temporelle à l'aide d'un paramètre de non-séparabilité. Une approche plus récente, dans le prolongement du travail fondateur Lindgren et al. (2011) dans un cadre purement spatial, consiste à rechercher les champs aléatoires spatio-temporels qui sont solutions d'équations différentielles partielles stochastiques (EDPS).

Pour autant, il reste à ce jour un angle mort dans la littérature (certes récente) sur les champs spatio-temporels, angle mort que cette thèse vise à étudier en détail. **Le présent projet de thèse se**

propose d'étudier en détail la notion d'anisotropie entre espace et temps, et son lien avec la notion de séparabilité et in fine avec les grandes classes de champs aléatoires spatio-temporels.

Questions de recherche

Nous partons de l'hypothèse, implicitement présente dans l'ensemble des travaux sur les champs aléatoires spatio-temporels, que temps et espace ne sont pas échangeables en raison des lois physiques qui gouvernent les processus étudiés. Le temps s'écoule du passé vers l'avenir, tandis qu'il n'existe pas de structure d'ordre dans l'espace. Cette différence ontologique doit avoir sa traduction dans les modélisations spatio-temporelles, à l'image des fonctions de covariance de la classe de Gneiting (2002) qui font jouer un rôle différent aux fonctions de covariance marginales dans l'espace et dans le temps.

Un point important, qui sera abordé dans la thèse, est de pouvoir déterminer si les données proviennent bien d'un champ spatio-temporel isotrope ou anisotrope et à quel type d'anisotropie elles correspondent. Peu de travaux existent, dans cette direction hormis dans le cadre spatial pour tester l'anisotropie versus l'isotropie (Richard, 2016 ; Biermé et al., 2015)

Le comportement en temps et en espace étant différent, cela doit se traduire sous la forme d'une anisotropie entre la dimension temporelle et les dimensions spatiales, en lien avec la notion de séparabilité, qui est une notion bien connue, et complètement caractérisée.

Le programme de recherche se décompose en trois phases principales :

1. **Caractérisation et simulation des modèles**

- a. Caractériser la notion d'anisotropie dans les covariances de champs spatio-temporels, en particulier en lien avec la notion de séparabilité entre espace et temps. Ce travail se fera à la lumière des travaux de Gneiting (2002,2007), Hitczenko (2012), Stein (2005, 2013), etc.
- b. Proposer des modèles paramétriques prenant en compte l'anisotropie en espace-temps.
- c. Simuler les champs spatio-temporels en généralisant l'approche spectrale proposée dans Emery et Arroyo (2016, 2017).

2. **Estimation des paramètres** d'anisotropie et de séparabilité des modèles dans les deux situations suivantes :

- a. Les données sont observées sur une grille régulière en temps et espace, situation la plus simple.
- b. Les données sont observées sur un schéma d'échantillonnage irrégulier, situation plus réaliste.

Les estimateurs seront validés sur les simulations proposées au point 1.

3. Proposer des **tests statistiques** pour tester l'isotropie et la séparabilité parmi un lot de modèles, si possible dans les deux situations ci-dessus.

L'ensemble des points du programme sera illustré et validé sur des jeux de données climatiques. Nous privilégions les données SAFRAN, organisées de façon régulière en espace et en temps. De ces données, il est aisé de sélectionner des jeux de données selon un schéma irrégulier.

Environnement de travail

L'équipe encadrants (D. Allard et C. Lacaux) réunit deux chercheurs qui ont déjà travaillé sur ce sujet, de façon tout à fait indépendante. D. Allard a complètement caractérisé les modèles d'anisotropie des champs aléatoires spatiaux (Allard, Senoussi et Porcu, 2016 *Mathematical Geosciences*). En collaboration avec H. Biermé (Université de Poitiers), C. Lacaux a étudié et proposé des modèles de champs spatiaux anisotropes présentant des propriétés d'invariance d'échelle. Elles ont récemment proposé un nouveau modèle de covariance anisotrope (spatial) et les méthodes d'estimation et de simulation associés (Biermé et Lacaux, 2017).

L'étudiant/e sera hébergé/e dans l'unité BioSP (<https://informatique-mia.inra.fr/biosp/>) qui entretient des liens très étroits avec l'équipe de statistique du LMA. L'inscription en thèse se fera à l'École Doctorale 536 *Agrosciences et Sciences* de l'UAPV.

Il/elle sera en contact avec plusieurs autres doctorants (5 à ce jour). En outre, l'étudiant/e aura

- Accès aux moyens de calcul de l'unité BioSP (mini-cluster de 25 nœuds et 200 cœurs) ;
- Accès à des données météo maillées : nous envisageons d'utiliser des données SAFRAN, facilement accessible par l'unité AgroClim (située à Avignon) grâce aux conventions entre l'INRA ;
- Accès aux formations, doctorales ou non doctorales, proposées par l'UAPV et par l'INRA

Le doctorant sera incité à participer au réseau RESSTE et au GDR Géométrie Stochastique, ainsi qu'aux conférences principales du domaine.

Le travail se fera en étroite collaboration

- avec l'équipe de géostatistique de MinesParisTech
- avec l'équipe de Probabilités et Statistique de l'Université de Poitiers
- et profitera pleinement de la dynamique créée par le réseau RESSTE soutenu par MIA et du GDR *Géométrie Stochastique*, dont D. Allard et C. Lacaux sont tous deux membres

Candidature

Prendre contact avec les encadrants

- Denis Allard : denis.allard@inra.fr

- Céline Lacaux : celine.lacaux@univ-avignon.fr

en leur envoyant un CV détaillé, une lettre de motivation et une lettre de recommandation d'un encadrant précédent, avant le 23 mai 2018.

Les candidats présélectionnés seront auditionnés par l'ED 536, à Avignon le 1^{ier} Juin 2018, pour une sélection finale.